Основные свойства простейших цепей переменного тока

Простейшие цепи – цепи, содержащие один элемент.

1. Участок цепи, содержащий активное сопротивление (рис. 2.6).

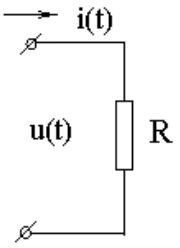


Рис. 2.6

Зададимся изменением тока в резисторе по синусоидальному закону $i(t) = I_{mR} \sin(\omega t + \psi_i)$.

Воспользуемся законом Ома для мгновенных значений тока и напряжения $u(t) = R\, i(t)$

и получим (2.13) $u(t) = R\, I_{mR} \sin(\omega t + \psi_i)$.

Формальная запись синусоидального напряжения имеет вид (2.14)

$u(t) = U_{mR} \sin(\omega t + \psi_u)$

Соотношения (2.13) и (2.14) будут равны если будут выполнены условия равенства амплитуд и фаз (2.15) $U_{mR} = R\, I_{mR}$, (2.16)$\psi_u = \psi_i$.

Соотношение (2.15) может быть записано для действующих значений (2.17) $U_R = R\, I_R$.

Соотношение (2.16) показывает, что фазы напряжения и тока в резисторе совпадают. Графически это представлено на временной диаграмме (рис. 2.7) и на комплексной плоскости (рис. 2.8).

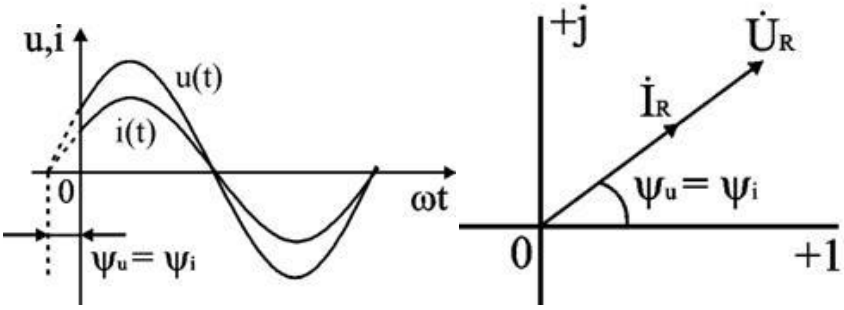


Рис. 2.7 и 2.8

2. Участок цепи, содержащий идеальную индуктивность (рис 2.9)

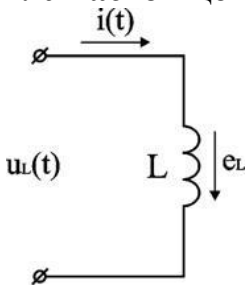


Рис. 2.9

Зададим изменение тока в индуктивности по синусоидальному закону

$i(t) = I_{mL} \sin(\omega t + \psi_i)$.

Используем уравнение связи между током и напряжением в индуктивности $u_L = L \cdot di / dt$

и получим $u_L(t) = \omega L \cdot I_{mL} \cos(\omega t + \psi_i)$.

Заменим cos на sin и получим (2.18) $u_L(t) = \omega L \cdot I_{mL} \sin(\omega t + \psi_i + 90°)$.

Формальная запись синусоидального напряжения имеет вид (2.19) $u_L(t) = U_{mL} \sin(\omega t + \psi_u)$.

Соотношения (2.18) и (2.19) будут равны если выполняется условие равенства амплитуд и фаз (2.20) $U_{mL} = \omega L \cdot I_{mL}$, (2.21) $\psi_u = \psi_i + 90°$.

Уравнение (2.20) можно переписать для действующих значений (2.22) $U_L = \omega L \cdot I_L$.

Уравнение (2.21) показывает, что фаза тока в индуктивности отстает от фазы напряжения на 90°. Величину $X_L = \omega L$ в уравнении (2.20) называют индуктивным сопротивлением. Единицей его измерения является Ом. Графически электрические процессы в индуктивности представлены на рис. 2.10, 2.11.

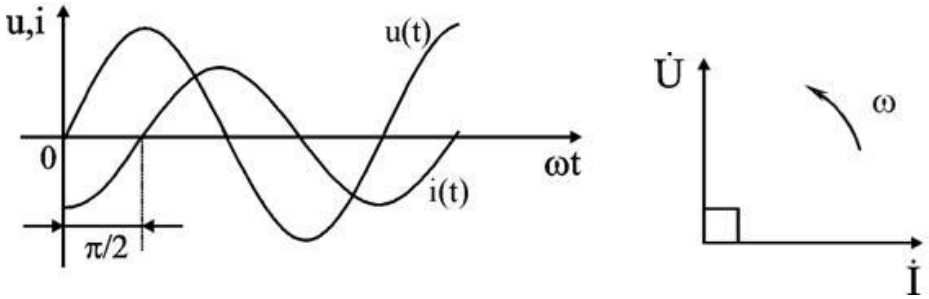


Рис. 2.10 и 2.11

3. Участок цепи, содержащий ёмкость (рис. 2.12)

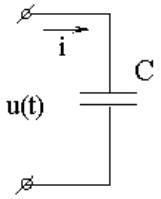


Рис. 2.12

Зададим изменение тока в емкости по синусоидальному закону

$i(t) = I_{mC} \sin(\omega t + \psi_i)$.

Используем уравнением связи между током и напряжением в емкости

$u_C = 1 / C \cdot \int i\, dt$, и получим $u_C = 1 / (\omega C) \cdot I_{mC} (-\cos(\omega t + \psi_i))$.

Заменим –cos на sin (2.23) $u_C = 1 / (\omega C) \cdot I_{mC} \sin(\omega t + \psi_i - 90°)$.

Формальная запись синусоидального напряжения имеет вид (2.24) $u_C = U_{mC} \sin(\omega t + \psi_u)$.

Соотношения (2.23) и (2.24) будут равны если выполняется условие равенства амплитуд и фаз (2.25) $U_{mC} = 1 / (\omega C) \cdot I_{mC}$, (2.26) $\psi_u = \psi_i - 90°$.

Уравнение (2.25) можно переписать для действующих значений (2.27) $U_C = 1 / (\omega C) \cdot I_C$.

Уравнение (2.26) показывает, что фаза напряжения в емкости отстает от фазы тока на 90°. Величину $X_C = 1 / (\omega C)$ в уравнении (2.25) называют емкостным сопротивлением цепи и измеряют его в Омах. Графически электрические процессы в емкости представлены на рис. 2.13, 2.14.

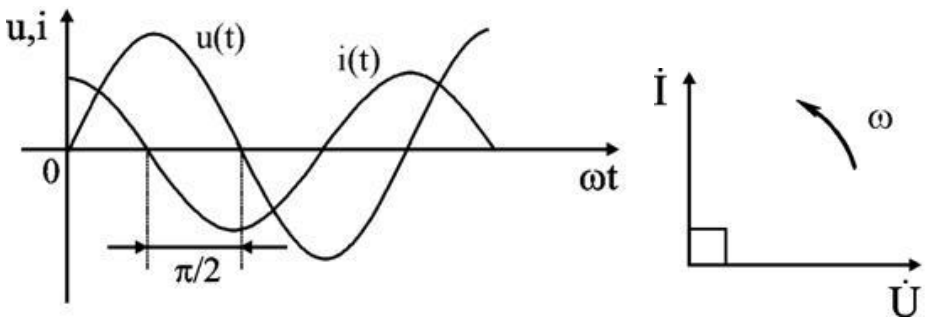
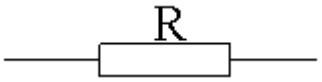


Рис. 2.13 и 2.14

2.5. Сопротивления в цепи переменного тока

В цепях переменного тока выделяют следующие виды сопротивлений.

Активное. Активным называют сопротивление резистора. Условное обозначение



Единицей измерения сопротивления является Ом. Сопротивление резистора не зависит от частоты.

Реактивное. В разделе реактивные выделяют три вида сопротивлений: индуктивное X_L и емкостное xc и собственно реактивное. Для индуктивного сопротивления выше была получена формула $X_L = \omega L$. Единицей измерения индуктивного сопротивления также является Ом. Величина X_C линейно зависит от частоты.

Для емкостного сопротивления выше была получена формула $X_C = 1 / \omega C$. Единицей измерения емкостного сопротивления является Ом. Величина X_C зависит от частоты по обратно-пропорциональному закону. Просто реактивным сопротивлением цепи называют величину $X = X_L - X_C$.

Полное сопротивление. Полным сопротивлением цепи называют величину (2.28)

$$z = \sqrt{R^2 + (x_L - x_c)^2}.$$

Из этого соотношения следует, что сопротивления Z, R и X образуют треугольник: Z – гипотенуза, R и X – катеты. Для удобства в этом треугольнике рассматривают угол φ, который определяют уравнением (2.29)

$\varphi = \mathrm{arctg}((X_L - X_C) / R)$,

и называют углом сдвига фаз. С учетом него можно дать дополнительные связи (2.30)

$R = Z \cos \varphi$, (2.31) $X = Z \sin \varphi$.