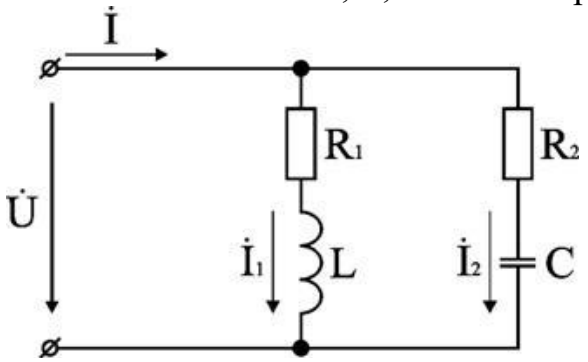
Цепь с параллельным соединением элементов

Проведем анализ работы электрической цепи с параллельным соединением элементов R, L, C. Рассмотрим следующую схему.



Положим, что заданы величины R_1, R_2, L, C, частота f и входное напряжение U. Требуется определить токи в ветвях и ток всей цепи.

В данной схеме две ветви. Согласно свойству параллельного соединения, напряжение на всех ветвях параллельной цепи одинаковое, если пренебречь сопротивлением подводящих проводов.

Задача разбивается на ряд этапов

1. Определение сопротивлений ветвей.

Реактивные сопротивления элементов L и C определяем по формулам

$X_L = \omega L$, $X_C = 1 / \omega C$, $\omega = 2\pi f$.

Полное сопротивление ветвей равны

$z_1 = \sqrt{R_1^2 + x_L^2}$, $z_2 = \sqrt{R_2^2 + x_c^2}$,

соответствующие им углы сдвига фаз

$\varphi_1 = \mathrm{arctg}(X_L / R_1)$, $\varphi_2 = \mathrm{arctg}(X_C / R_2)$.

2. Нахождение токов в ветвях.

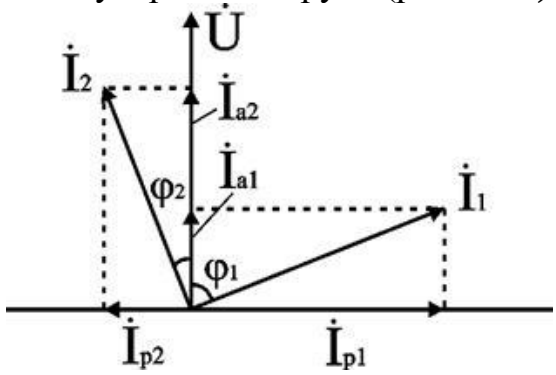
Токи в ветвях находятся по закону Ома

$I_1 = U / Z_1$, $\psi_{i1} = \psi_u + \varphi_1$, $I_2 = U / Z_2$, $\psi_{i2} = \psi_u + \varphi_2$.

3. Нахождение тока всей цепи.

Ток всей цепи может быть найден несколькими методами: графическим, методом мощностей, методом проекций и методом проводимостей.

Чаще всего используют метод проекций и метод проводимостей. В методе проекций ток I_1 и I_2 раскладываются по две ортогональные составляющие активную и реактивную. Ось активной составляющей совпадает с вектором напряжения U. Ось реактивной составляющей перпендикулярна вектору U (рис. 2.20).



Активные составляющие токов равны

$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1$, $I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2$,

(2.43)

$I_a = I_{1a} + I_{2a}$.

Реактивные составляющие токов равны

$I_{1p} = I_1 \sin \varphi_1$, $I_{2p} = I_2 \sin \varphi_2$,

(2.44)

$I_p = I_{1p} - I_{2p}$.

В последнем уравнении взят знак минус, поскольку составляющие I_{1p} (индуктивная) и I_{2p} (емкостная) направлены в разные стороны от оси U.

Полный ток находится из уравнений

(2.45)

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2},$$

(2.46)

$\varphi = \mathrm{arctg}(I_p / I_a)$.

В методе проводимостей также используется разложение на активные и реактивные составляющие. Используя уравнение (2.30) активные составляющие токов записываются в виде

(2.47)

$$I_{1a} = I_1 \cos\varphi_1 = \frac{U_1}{z_1} \times \frac{R_1}{z_1} = U \frac{R_1}{z_1^2} = Ug_1,$$

где через $g_1 = R_1 / Z_1^2$ обозначена величина названная активной проводимостью первой ветви. Аналогичным образом получим

$$I_{2a} = I_2 \cos\varphi_2 = \frac{U_2}{z_2} \times \frac{R_2}{z_2} = U \frac{R_2}{z_2^2} = Ug_2, \quad (2.48)$$

где $g_2 = R_2 / Z_2^2$; а величину $g = g_1 + g_2$ называют активной проводимостью всей цепи.

Используя уравнение (2.31) запишем реактивные составляющие токов

$$I_{1p} = I_1 \cos\varphi_1 = \frac{U}{z_1} \times \frac{x_L}{z_1} = U \frac{x_L}{z_1^2} = Ub_1,$$

$$I_{2p} = I_2 \cos\varphi_2 = \frac{U}{z_2} \times \frac{x_c}{z_2} = U \frac{x_c}{z_2^2} = Ub_2,$$

где b_1 и b_2 – реактивные проводимости ветвей $b_1 = X_L / Z_1^2$, $b_2 = X_C / Z_2^2$. Для реактивной проводимости всей цепи имеем

(2.50)

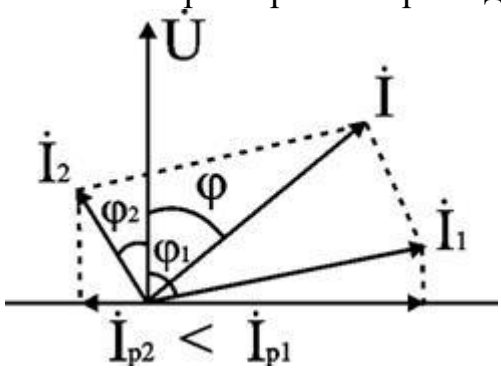
$b = b_1 - b_2$.

В этом уравнении взят знак минус, из тех же соображений, как и в уравнении (2.44). Величина тока I и угол φ находятся из соотношений (2.45) и (2.46).

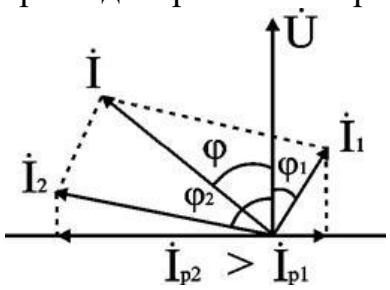
4. Анализ расчетных данных.

В зависимости от соотношения реактивных проводимостей b_1 и b_2 возможны три варианта: $b_1 > b_2$; $b_1 < b_2$; $b_1 = b_2$.

Для варианта $b_1 > b_2$ имеем $I_{1p} > I_{2p}$, $\varphi > 0$. Цепь имеет активно-индуктивный характер. Векторная диаграмма изображена на рис. 2.21.



При $b_1 < b_2$ токи $I_{1p} < I_{2p}$, $\varphi < 0$. Цепь имеет активно-емкостный характер. Векторная диаграмма изображена на рис. 2.22.



Если $b_1 = b_2$, то $I_{1p} = I_{2p}$, $\varphi = 0$. Цепь имеет чисто активное сопротивление. Ток потребляемый цепью от источника наименьший. Этот режим называется резонанс токов. Векторная диаграмма изображена на рис. 2.23.